සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

**11 S I**

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

**අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.**

| විභාග අංකය | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

**උපදෙස්:**

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  **A කොටස** (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
* **A කොටස**
  **සියලුම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

| (11) උසස් ගණිතය I | | |
|---|---|---|
| කොටස | ප්‍රශ්න අංකය | ලකුණු |
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| | එකතුව | |

**එකතුව**

| | |
|---|---|
| ඉලක්කමෙන් | |
| අකුරෙන් | |

**සංකේත අංක**

| | |
|---|---|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක | |
| පරීක්ෂා කළේ: 1 | |
| 2 | |
| අධීක්ෂණය කළේ: | |

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

## A කොටස

**1.** සාධකවලට වෙන් කරන්න: $(bc + ca + ab)^3 - b^3c^3 - c^3a^3 - a^3b^3$.

**2.** සියලු පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය වූ $\mathbb{Z}$ මත $R$ සම්බන්ධයක් $5a - 9b$ යන්න 4 න් බෙදෙයි නම්, $aRb$ මගින් අර්ථ දැක්වේ යැයි ගනිමු. $R$ යනු තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වා, 0 හි තුල්‍යතා පන්තිය ලියා දක්වන්න.

0142

**3.** $x \geq 1$ සඳහා $f(x) = x^2 - 2x - 3$ යැයි ගනිමු. $f$ යන්න එකට-එක හා $[-4, \infty)$ මතට වන බව පෙන්වන්න.

$x > -4$ සඳහා $g(x) = \sqrt{4+x}$ යැයි ගනිමු. $f \circ g$ සංයුක්ත ශ්‍රිතයෙහි පරාසය සොයන්න.

**4.** $a, b$ හා $c$ යනු නිශ්ශූන්‍ය තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි ගනිමු.

$$\begin{vmatrix} b^2c^2 & bc & b+c \\ c^2a^2 & ca & c+a \\ a^2b^2 & ab & a+b \end{vmatrix} = 0$$ බව පෙන්වන්න.

**5.** සියලු $t \in \mathbb{R}$ සඳහා $x = t^2$ හා $y = t^2 - 3t$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් $C$ වක්‍රයක් අර්ථ දැක්වේ. $(4, 0)$ ලක්ෂ්‍යයෙහිදී $C$ ට ස්පර්ශක දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම ස්පර්ශක දෙක අතර සුළු කෝණය සොයන්න.

**6.** $a, b \in \mathbb{R}$ හා $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ යනු $f(x) = \begin{cases} \dfrac{6\sqrt{x^2+9}-3}{x^2} & ; \quad x<0 \text{ නම්} \\ a\cos \pi x + b & ; \quad x=0 \text{ නම්} \\ x^2 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right) + a - 1 & ; \quad x>0 \text{ නම්} \end{cases}$

මගින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය යැයි ගනිමු.

$f$ යන්න සන්තතික ශ්‍රිතයක් නම් $a$ හා $b$ හි අගයන් සොයන්න.

**7.** $a, b \in \mathbb{R}$ හා $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; \quad x < 0 \text{ නම්}, \\ x^{\frac{3}{2}} & ; \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ නම්}, \\ ax + b & ; \quad 1 < x \text{ නම්}, \end{cases}$

යැයි ගනිමු.

$x = 0$ හි දී $f(x)$ අවකල්‍ය බව පෙන්වන්න.

$x = 1$ හි දී $f(x)$ අවකල්‍ය වන පරිදි $a$ හා $b$ හි අගයන් සොයන්න.

**8.** $x > 0$ සඳහා $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + y - x\sin x = 0$ අවකල සමීකරණයෙහි $y(\pi) = 1$ යන තත්ත්වයට යටත්ව වූ විසඳුම සොයන්න.

**9.** $f$ යනු $f''(x)$ යන්න $[0, 1]$ මත සන්තතික වූ තාත්ත්වික අගයැති ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. $f(1) = 0,\ f'(1) = -3$ හා $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ නම්, $\int_0^1 x^2 f''(x)\,\mathrm{d}x = 1$ බව පෙන්වන්න.

**10.** $r = 6(\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta),\ \theta = \dfrac{\pi}{6}$ හා $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ යන ධ්‍රැවක සමීකරණ ඇති වක්‍රවල දළ සටහන් අඳින්න.
මෙම වක්‍ර තුන මගින් පර්යන්තගත වූ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

## B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

**11.** (a) $A, B$ හා $C$ යනු $S$ සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. කුලක වීජයෙහි ඔබ භාවිත කරන නියම පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

(i) $A\cap(B\cap C)'=(A'\cup B)'\cup(A'\cup C)'$,

(ii) $A\cap\big((B\cap C')\cup(C\cap B')\big)=A\cap(B\cup C)\setminus(A\cap B\cap C)$,

බව පෙන්වන්න; මෙහි $A\setminus B$ යන්න $A\cap B'$ මගින් අර්ථ දැක්වෙයි.

(b) ජාතික ක්‍රීඩා උළෙලක දිස්ත්‍රික්කයක් නියෝජනය කරමින් හෙල්ල විසි කිරීම, කවපෙත්ත විසි කිරීම හා උස පැනීම යන තරග ඉසව් තුන සඳහා සහභාගී වූ ක්‍රීඩකයන් සමූහයක් අතුරෙන්

(i) ක්‍රීඩකයන් 8 දෙනෙකු තරග ඉසව් තුනම සඳහා ද,

(ii) ක්‍රීඩකයන් 27 දෙනෙකු හෙල්ල විසි කිරීම හෝ කවපෙත්ත විසි කිරීම සඳහා ද,

(iii) ක්‍රීඩකයන් 28 දෙනෙකු හෙල්ල විසි කිරීම හෝ උස පැනීම සඳහා ද,

(iv) ක්‍රීඩකයන් 25 දෙනෙකු කවපෙත්ත විසි කිරීම හෝ උස පැනීම සඳහා ද,

(v) ක්‍රීඩකයන් 10 දෙනෙකු එක් තරග ඉසව්වක් සඳහා පමණක්ම ද,

සහභාගී වූ බව දී ඇත. හරියටම තරග ඉසව් දෙකක් සඳහා පමණක් සහභාගී වූ ක්‍රීඩකයන් ගණන සොයන්න.

**12.** (a) $a, b, c > 0$ යැයි ගනිමු.

(i) $ab\le\frac{1}{2}(a^2+b^2)$ බව පෙන්වා, $a^2+b^2+c^2\ge bc+ca+ab$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(ii) $a+b+c=1$ නම් $(1-a)(1-b)(1-c)\le\frac{8}{27}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&2\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ පරිණාමනය $xy$-තලයෙහි වූ ලක්ෂ්‍ය, $x'y'$-තලයෙහි වූ ලක්ෂ්‍යවලට අනුරූපණය කරයි. මෙම පරිණාමනය යටතේ ඒවා මතටම අනුරූපණය වනු ලබන සියලු රේඛාවන්ගේ සමීකරණ සොයන්න. $y=3x+1$ රේඛාවෙහි $x'y'$-තලයේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.

**13.** ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා **ද මුවාවර් ප්‍රමේයය** ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$k = 0, 1, 2, 3, 4$ සඳහා $Z_k = \cos(6k+1)\frac{\pi}{15} + i\sin(6k+1)\frac{\pi}{15}$ යැයි ගනිමු.

$k = 0, 1, 2, 3, 4$ සඳහා $Z_k^5 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

**ඒ නයින්**, $Z^5 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.

$Z^5 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ සමීකරණයේ විසඳුම් 5 ලියා දක්වන්න.

පහත එක් එක් සමීකරණය විසඳන්න:

(i) $Z^{10} + Z^5 + 1 = 0$,

(ii) $2(z+i)^5 = (1+i\sqrt{3})(z-i)^5$.

**14.**(*a*) $C_1$ හා $C_2$ යනු පිළිවෙළින් $x = \sqrt{y-1}$ හා $x = y-1$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර දෙක යැයි ගනිමු. $C_1$ හා $C_2$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන $S$ පෙදෙසෙහි දළ සටහනක් ඇඳ $S$ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

$y = -1$ රේඛාව වටා රේඩියන $2\pi$ මගින් $S$ පෙදෙස භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන ඝන වස්තුවෙහි පරිමාව ද සොයන්න.

(*b*) $9\frac{dy}{dx} = (x+y)^2(x+y+3)^2 - 1$ අවකල සමීකරණය සලකන්න. $v = x+y$ ආදේශය භාවිතයෙන් $9\frac{dy}{dx} = v^2(v+3)^2$ බව පෙන්වා,

**ඒ නයින්**, දී ඇති අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

**15.**(*a*) $n = 0, 1, 2, \ldots$ සඳහා $I_n = \int_0^1 (x^2+1)^n \, dx$ යැයි ගනිමු.

$I_n - I_{n-1}$ සැලකීමෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$(2n+1)I_n - 2n\,I_{n-1} = 2^n$ බව පෙන්වන්න.

**ඒ නයින්**, $I_4$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) $f$ යනු $f''(x) + 4f'(x) + 5f(x) = x^2 \sin 5x$ සමීකරණය තෘප්ත කරන ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු.

$f(0) = 1$ හා $f'(0) = 3$ බව දී ඇත.

$f(x)$ හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණිය, $x^3$ පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව සොයන්න.

මෙය භාවිතයෙන් $f(0.1)$ සඳහා ආසන්න අගයක් ලබාගන්න.

**16.** ($a$) $a^2\cos^2\alpha - b^2\sin^2\alpha = p^2$ නම් $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ සරල රේඛාව $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ බහුවලයට ස්පර්ශකයක් වන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$x^2 + y^2 = 9$ වෘත්තය ස්පර්ශ කරන $9x^2 - 16y^2 = 144$ බහුවලයට වූ ස්පර්ශකවල සමීකරණ ලබාගන්න.

($b$) $(2t^2, t)$ ලක්ෂ්‍යයේදී $y^2 = \frac{1}{2}x$ පරාවලයට වූ ස්පර්ශකයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

**ඒ නයින්, හෝ අන් අයුරකින් හෝ** $y^2 = \frac{1}{2}x$ පරාවලයට හා $5x^2 + 20y^2 = 4$ ඉලිප්සයට වූ පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

**17.** ($a$) $f(x) = \dfrac{3\cos^2 x + \sin^2 x}{6\sin x\cos x + 2\cos^2 x + 5}$ යැයි ගනිමු.

(i) $f$ හි වසම $\mathbb{R}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $0 \le f(x) \le 1$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $f(x) = 0$ හා $f(x) = 1$ සමීකරණ විසඳා, $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

($b$) කෝටික පහක් සමග **සිම්සන් නීතිය** යෙදීමෙන් ලබාගත් $\displaystyle\int_0^4 \ln(1+x^2)\,dx$ හි ආසන්න අගය $k$ යැයි ගනිමු.

$k = \dfrac{1}{n}\ln\left(m \times 10^5\right)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $m$ හා $n$ යනු නිර්ණය කළ යුතු ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ.

$k$ ඇසුරෙන්, $\displaystyle\int_0^4 \ln\left\{(1+x^2)^3(x^2-8x+17)^4\right\}dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

* * *

00142

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

# උසස් ගණිතය II
# உயர் கணிதம் II
# Higher Mathematics II

**11 S II**

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

**අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.**

| විභාග අංකය | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

**උපදෙස්:**

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  **A කොටස** (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
* **A කොටස**
  **සියලුම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

---

* සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.
* $g$ මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

---

**පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

| (11) උසස් ගණිතය II | | |
|---|---|---|
| කොටස | ප්‍රශ්න අංකය | ලකුණු |
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| | එකතුව | |

**එකතුව**

| | |
|---|---|
| ඉලක්කමෙන් | |
| අකුරෙන් | |

**සංකේත අංක**

| | | |
|---|---|---|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක | | |
| පරීක්ෂා කළේ: | 1 | |
| | 2 | |
| අධීක්ෂණය කළේ: | | |

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

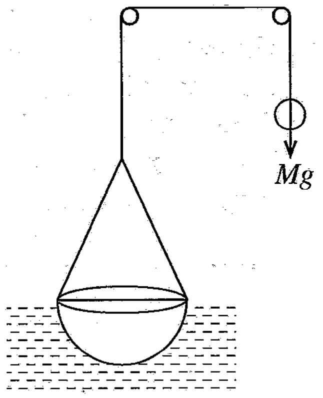
## A කොටස

**1.** $\mathbf{F}_1 = 2\mathbf{i}+\mathbf{j}+4\mathbf{k}$ හා $\mathbf{F}_2 = 3\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$ බල දෙක, පිළිවෙළින් $A \equiv (1, 2, 3)$ හා $B$ ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියාකරයි. $\mathbf{F}_1$ හි මූල ලක්ෂ්‍ය වටා ඝූර්ණය, $\mathbf{F}_2$ හි $A$ වටා ඝූර්ණයට සමාන බව දී ඇත. $B$ ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

**2.** $O$ මූල ලක්ෂ්‍යය ද $A \equiv (1, 2, 3)$ ද $B \equiv (2, 2, 1)$ යැයි ද ගනිමු. $C$ යනු $|\overrightarrow{OC}| = 1$ හා $\overrightarrow{OC}$ හි දිශාව $\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$ හි දිශාවම වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ සොයන්න.
$M$ යනු $AB$ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{CM}$ හා $\overrightarrow{CO}$ අතර කෝණය සොයන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

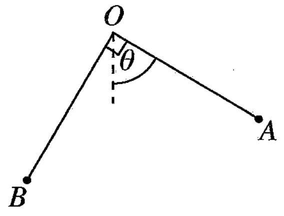
**3.** ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත්තේ ඝනත්වය $\rho$ ද අරය $a$ ද වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ද, ඝනත්වය $\rho$ ද අරය $a$ හා උස $2a$ ද වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ද පැතලි පෘෂ්ඨය දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙනි. එක් කෙළවරක් කේතුවෙහි ශීර්ෂයට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය $M$ වූ අංශුවකට ද සවි කළ අවල සුමට කප්පි දෙකක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් අර්ධගෝලය පමණක් ඝනත්වය $\sigma$ වූ සමජාතීය ද්‍රවයක මුළුමනින්ම ගිලී වස්තුව සමතුලිතතාවයේ පවතී. $\rho, \sigma$ හා $a$ ඇසුරෙන් $M$ සොයන්න.




**4.** $P$ අංශුවක කාලය $t$ හිදී ත්වරණය $\mathbf{a}(t) = \sin t\,\mathbf{i} - t^2\mathbf{j} - te^t\mathbf{k}$ මගින් දෙනු ලැබේ. $t = 0$ හිදී පිහිටුම් දෛශිකය හා ප්‍රවේගය පිළිවෙළින් $2\mathbf{k}$ හා $2\mathbf{i} - \mathbf{k}$ වේ. කාලය $t$ හිදී $P$ හි පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

**5.** ස්කන්ධය $m$ වූ $P$ අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත $u$ වේගයකින් චලනය වෙමින් අචල සුමට සිරස් බිත්තියක් සමග ගැටෙයි. $P$ අංශුව හා බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e$ වේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර $P$ හි චලිත දිශාව මේසය හා බිත්තියෙහි ඡේදන රේඛාව සමග $\theta$ කෝණයක් සාදයි. ගැටුමෙහි ප්‍රතිඵලයක් ලෙස $P$ හි චලිත දිශාව සෘජුකෝණයකින් හැරෙයි. $\theta$ ඇසුරෙන් $e$ සොයන්න.
ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්තියෙහි හානිය $\frac{1}{2}mu^2(1-e)$ බව පෙන්වන්න.

**6.** එක එකක ස්කන්ධය $m$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර $OA$ හා $OB$ දඬු 2ක් $A\hat{O}B=\frac{\pi}{2}$ වන දෘඪ $L$ හැඩැති රාමුවක් සාදන පරිදි $O$ හි සන්ධි කර ඇත. රාමුවට $O$ අචල ලක්ෂ්‍යය තුළින් එයට ලම්බ වූ සුමට අක්ෂයක් වටා සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය විය හැක. එය $OA$ තිරස්ව ඇතිව අල්වා මුදාහරිනු ලැබේ. $OA$ යටි අත් සිරස සමග $\theta$ කෝණයක් සාදන විට $\dot{\theta}^2$ සෙවීම සඳහා සමීකරණයක් ලබාගන්න.



**7.** ශිෂ්‍යයෙකු විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකමක් ලෙස ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාව තෝරාගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.7 ක් ද පැසිපන්දු තෝරාගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.5 ක් ද වේ. ශිෂ්‍යයෙකු ක්‍රිකට් හා පැසිපන්දු යන දෙකම තෝරාගැනීමේ සම්භාවිතාව 0.3 ක් වේ.

(i) සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් ශිෂ්‍යයෙකු ඉහත සඳහන් විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකම්වලින් හරියටම එකක් පමණක් තෝරාගැනීමේ සම්භාවිතාව

(ii) ශිෂ්‍යයන් 50 දෙනෙකු සිටින පන්තියක ඉහත සඳහන් විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකම්වලින් හරියටම එකක් පමණක් තෝරා ගැනීමට අපේක්ෂිත ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව

සොයන්න.

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

**8.** එක්තරා ස්ථානයකට වරක සංචාරයකදී දැකිය හැකි සුවිශේෂී පක්ෂි විශේෂයක පක්ෂීන් ගණන වූ, $X$ සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය $P(X=x) = \frac{e^{-2}2^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, \ldots$ සඳහා වූ පුවාසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි. එම ස්ථානයට එක්වරක් සංචාරය කළ විට මෙම පක්ෂි විශේෂයෙන් දක්නට ලැබෙන පක්ෂීන් ගණන

(i) අඩු තරමින් එකක්

(ii) අඩු තරමින් එකක් යැයි දී ඇති විට, වැඩි තරමින් දෙකක්

වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

**9.** $X$ යන සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක ඝනත්ව ශ්‍රිතය $f(x)$ යන්න

$$f(x)=\begin{cases} kx+\dfrac{1}{2}, & 0\le x\le 1 \text{ නම්,} \\ 0, & \text{අනෙක් විට} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබයි; මෙහි $k$ යනු නියතයකි. $k$ හි අගය සොයන්න.

$E(X)$ ද $E(X^2)$ ද සොයන්න.

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

**10.** $X$ යන විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය පහත දැක්වේ.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | 0.3 | 0.3 | 0.2 | $p$ | $q$ |

$E(X) = 1.4$ බව දී ඇත. $p$ හා $q$ හි අගයන් සොයන්න. $\text{Var}(X)$ ද සොයන්න.

$Y$ යනු $Y = 2X + 1$ මගින් දෙනු ලබන සසම්භාවී විචල්‍යය වේ. $E(Y)$ හා $\text{Var}(Y)$ සොයන්න.

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

.............................................................................................................................................

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

## B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

**11.** $A \equiv (1, 0, 0), B \equiv (0, 1, 0)$ හා $C \equiv (0, 0, 1)$ යැයි ගනිමු. විශාලත්ව 2 N, 2 N හා 6 N වූ $\mathbf{F_1}, \mathbf{F_2}$ හා $\mathbf{F_3}$ බල පිළිවෙළින් $AB, BC$ හා $CA$ දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ කාටීසීය සමීකරණය සොයන්න.

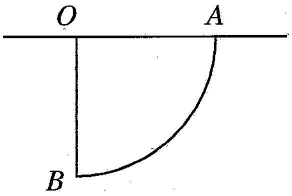
$D \equiv (1, 0, 1)$ යැයි ගනිමු. දැන් $\mathbf{F_3}$ බලය, පිළිවෙළින් විශාලත්වය $\alpha$ N හා $\beta$ N වූ $CD$ හා $DA$ දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරන $\mathbf{F_4}$ හා $\mathbf{F_5}$ බල දෙකක් මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලබයි.

(i) $\alpha = -\beta = -4$ නම්, $\mathbf{F_1}, \mathbf{F_2}, \mathbf{F_4}$ හා $\mathbf{F_5}$ බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වන බව ද

(ii) $\alpha \neq -\beta$ නම්, $\mathbf{F_1}, \mathbf{F_2}, \mathbf{F_4}$ හා $\mathbf{F_5}$ බල පද්ධතිය යුග්මයකට හා $A$ හිදී ක්‍රියාකරන තනි බලයකට ඌනනය වන බවද පෙන්වන්න.

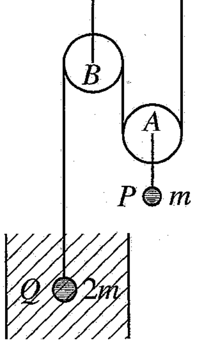
**12.** අරය $a$ වූ වෘත්තයකින් හතරෙන් එකක හැඩය ඇති ආස්තරයක්, එහි පෘෂ්ඨය සිරස්ව ද එක් දාරයක් ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨය මත ද ඇතිව සමජාතීය ද්‍රවයක ගිල්වා තිබේ. ආස්තරයේ පීඩන කේන්ද්‍රය ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට $\dfrac{3\pi a}{16}$ ගැඹුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඝනකාකාර ටැංකියක, එහි සිරස් පැතිවලින් එකක, $OA$ තිරස් දාරය දිගේ නිදහසේ අසව් කළ අරය $a$ වූ වෘත්තයකින් හතරෙන් එකක හැඩය ඇති $OAB$ පියනක් ඇත. ඝනත්වය $\rho$ වූ සමජාතීය ද්‍රවයකින් $OA$ හි මට්ටමට ටැංකිය පුරවා ඇත. පියන වැසී තිබීම සඳහා $B$ හිදී $OAB$ තලයට ලම්බව යෙදිය යුතු අවම බලයේ විශාලත්වය සොයන්න.




**13.** රූපයෙහි ඇති $A$ හා $B$ යන සැහැල්ලු සුමට කප්පි දෙකෙන් $A$ චලනය වන කප්පියක් වන අතර $B$ අචල වේ. $A$ වලින් ස්කන්ධය $m$ වූ $P$ අංශුවක් එල්ලෙයි. ස්කන්ධය $2m$ වන $Q$ අංශුවක් එහි වේගය $v$ වන විට $mkv$ ප්‍රතිරෝධයක් යොදන ප්‍රතිරෝධී මාධ්‍යයක චලනය වේ; මෙහි $k(>0)$ නියතයකි. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $B$ කප්පිය මතින් ද, $A$ කප්පිය යටින් ද යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් $Q$ ට සම්බන්ධ කර ඇති අතර අනෙක් කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. $9\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 6g - 4kv$ බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහල මොහොතේ සිට $Q$ ට $\dfrac{3g}{4k}$ වේගයකට ළඟා වීමට ගතවන කාලය ද $P$ එම කාලය තුළ ගමන් කළ දුර ද සොයන්න.



**14.** සමාන අරයයන්ගෙන් යුත් ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $m$ හා $4m$ වූ $A$ හා $B$ සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් තලයක් මත චලනය වෙමින් ඇල ලෙස ගැටෙයි. ඒවා ගැටෙන විට කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව $\mathbf{i}$ ට සමාන්තර වේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර $A$ හා $B$ හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් $u(2\mathbf{i}+\mathbf{j})$ හා $-2u(\mathbf{i}+\mathbf{j})$ වේ. $A$ හා $B$ අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ.

(i) ගැටුමට මොහොතකට පසු $A$ හා $B$ හි ප්‍රවේග ද,

(ii) ගැටුම නිසා $A$ මත ආවේගයෙහි විශාලත්වය ද,

(iii) ගැටුම නිසා $A$ හි චලිත දිශාව හැරුන කෝණය ද,

(iv) ගැටුම නිසා හානි වූ චාලක ශක්තිය ද

සොයන්න.

**15.** ස්කන්ධය $M$ හා දිග $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර දණ්ඩක, එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා දණ්ඩට ලම්බ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{1}{3}Ma^2$ බව සාධනය කරන්න.

$AB, BC$ හා $AC$ ඒකාකාර දඬු තුනක දිග පිළිවෙළින් $8a, 6a$ හා $10a$ වේ. දඬු එක එකෙහි ඒකක දිගක ස්කන්ධය $m$ වේ. $ABC$ ත්‍රිකෝණාකාර රාමුවක් සෑදෙන ලෙස දඬු එකට පාස්සනු ලබයි. රාමුවට ලම්බව, $A$ හරහා යන අචල සුමට අක්ෂයක් වටා රාමුවේ අවස්ථිති ඝූර්ණය $960\ ma^3$ බව පෙන්වන්න.

රාමුවට ලම්බව $A$ හරහා යන තිරස් අක්ෂය වටා නිදහසේ භ්‍රමණය වීමට හැකිවන පරිදි රාමුව $A$ හිදී සුමටව අසව් කරනු ලබයි. $AB$ තිරස්ව හා $B$ ට සිරස්ව ඉහළින් $C$ ඇතිව රාමුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලබයි. $AB$ සිරස් වන විටදී රාමුවේ කෝණික වේගය $\sqrt{\frac{7g}{20a}}$ බව පෙන්වන්න.

$AB$ සිරස් වන විටදී වැඩිම වේගයක් ඇත්තේ රාමුවේ කුමන ලක්ෂ්‍යයේදී දැයි සඳහන් කර $a$ හා $g$ ඇසුරෙන් මෙම වේගය සොයන්න.

**16.** (*a*) $X$ යන විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයෙන්, බසයක් එක්තරා බස් නැවතුමකට ළඟාවීමේදී පවතින හිස් ආසන සංඛ්‍යාව දැක්වෙන්නේ යැයි සිතන්න. පසුගිය අත්දැකීම් අනුව, $X$ යන්නෙහි සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය පහත දැක්වෙන පරිදි වේ.

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | 0.1 |

මගීන් තිදෙනෙකු එම බස් නැවතුමෙන් බසයට ගොඩවූයේ නම්,

(i) ඔවුන් සියලුදෙනාටම හිස් ආසන ලැබීමේ

(ii) වැඩිතම වශයෙන් ඔවුන්ගෙන් එක් අයෙකුට පමණක් හිස් ආසනයක් ලැබීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

$E(X)$ හා $\mathrm{Var}(X)$ සොයන්න.

(*b*) නැඹුරු කාසියක් අහඹු ලෙස උඩ දැමීමකදී සිරස මුහුණත වැටීමේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{3}$ ක් වේ. අනුයාත උඩ දැමීම් දෙකකදී සිරස මුහුණත වැටෙන තෙක් මෙම කාසිය උඩ දැමීමෙන් ක්‍රීඩාවක් කරනු ලැබේ. වෙනස් උඩ දැමීම්වලදී ප්‍රතිඵල ස්වායත්ත යැයි ද, එක් එක් උඩ දැමීමේදී සිරස හෝ අගය වැටෙන්නේ යැයි ද සිතන්න. $k$ යනු ධන නිඛිලයක් යැයි ගනිමු.

(i) දෙවන උඩ දැමීමෙන් පසුව ක්‍රීඩාව නැවතීමේ,

(ii) $k$ වන උඩ දැමීමේදී මුල්වරට සිරස මුහුණතක් ලැබීමේ,

(iii) $k$ වන උඩ දැමීමේදී මුල්වරට සිරස මුහුණතක් ලැබීම හා $(k+1)$ වන උඩ දැමීමෙන් පසුව ක්‍රීඩාව නැවතීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

**17.** (*a*) $X$ සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයේ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය

$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ , $x > 0$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි $\lambda\ (>0)$ යනු පරාමිතියකි.

$E(X)$ හා $\mathrm{Var}(X)$ සොයන්න.

යන්ත්‍රයක ඇති එක්තරා ඉලෙක්ට්‍රොනික උපාංගයක ආයු කාලය (මාසවලින්) වන $X$, යන්නට

$$f(x) = \frac{1}{4}e^{\frac{-x}{4}} \quad , \quad x > 0$$ යන සම්භාවිත ඝනත්ව ශ්‍රිතය ඇත.

මෙම ඉලෙක්ට්‍රොනික උපාංගය

(i) මාස 6 ක් ඉක්මවීමට පෙර ක්‍රියාවිරහිත වීමේ,

(ii) මාස 6 ක් ඉක්මවන තුරු ක්‍රියාත්මකව පවතින නමුත් වසරකට පෙර ක්‍රියාවිරහිත වීමේ,

(iii) අපේක්ෂිත ආයු කාලය ඉක්මවා ක්‍රියාත්මකව පැවතීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා නගරයක අවම දෛනික උෂ්ණත්වය, මධ්‍යන්‍යය 34 ℃ හා සම්මත අපගමනය 4 ℃ ක් වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි.

අහඹු ලෙස තෝරාගත් දිනයකදී මෙම නගරයෙහි අවම උෂ්ණත්වය

(i) 32 ℃ ට වඩා අඩු වීමේ,

(ii) 32 ℃ ට වඩා අඩු බව දී ඇත්නම්, 30 ℃ ට වඩා අඩු වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

* * *